

# ВЕКТОРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

*В.А. Неганов<sup>1</sup>, Д.П. Табаков<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Самара, ПГУТИ, neganow-samara@yandex.ru;

<sup>2</sup> Самара, ПГУТИ, illuminator84@yandex.ru)

## A VECTOR INTEGRAL PRESENTATIONS OF ELECTROMAGNETIC FIELD

*V.A. Neganov, D.P. Tabakov*

Электромагнитное поле (ЭМП) в однородной изотропной среде определяется с помощью следующих соотношений [1, с.342]:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{W_c}{ik} \left( k^2 \vec{A}^{(e)} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}^{(e)}) \right) - \vec{\nabla} \times \vec{A}^{(m)}; \\ \vec{H} &= \frac{1}{ikW_c} \left( k^2 \vec{A}^{(m)} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}^{(m)}) \right) + \vec{\nabla} \times \vec{A}^{(e)},\end{aligned}\tag{1}$$

здесь  $W_c$  – волновое сопротивление среды,  $k$  – волновое число,

$$\vec{A}^{(i)}(p) = \int_V \vec{j}^{(i)}(q) G(p, q) dV, \quad i \equiv e, m$$

– электрический либо магнитный векторный потенциал,  $\vec{j}^{(i)}$  – объемная плотность электрического или магнитного токов проводимости либо поляризации,

$$G(p, q) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R}$$

– функция Грина для однородного изотропного пространства,  $R = |\vec{r}(p) - \vec{r}(q)| = |\vec{d}(p, q)|$  – расстояние между точкой источника  $q$  и точкой наблюдения  $p$ ;  $\vec{r}(q)$  – радиус-вектор, направленный в точку источника,  $\vec{r}(p)$  – радиус-вектор, направленный в точку наблюдения;  $\vec{\nabla}$  – оператор набла.

Уравнения (1) справедливы для любой системы координат, но оператор набла  $\vec{\nabla}$  в различных системах координат может иметь очень сложный вид, что сильно усложняет аналитические выводы. В связи с этим были получены интегро-дифференциальные:

$$\begin{aligned}\vec{E}(p) &= \frac{W_c}{ik} \int_V \left( \vec{j}^{(e)}(q) k^2 G(p, q) - (\vec{\nabla}_q \cdot \vec{j}^{(e)}(q)) \vec{d}(p, q) B(p, q) \right) dV - \\ &- \int_V B(p, q) \left( \vec{d}(p, q) \times \vec{j}^{(m)}(q) \right) dV; \\ \vec{H}(p) &= \frac{1}{ikW_c} \int_V \left( \vec{j}^{(m)}(q) k^2 G(p, q) - (\vec{\nabla}_q \cdot \vec{j}^{(m)}(q)) \vec{d}(p, q) B(p, q) \right) dV + \\ &+ \int_V B(p, q) \left( \vec{d}(p, q) \times \vec{j}^{(e)}(q) \right) dV\end{aligned}\tag{2}$$

и интегральные:

$$\begin{aligned}\vec{E}(p) &= \frac{W_c}{ik} \int_V \left( \vec{j}^{(e)}(q) C(p, q) - \left( \vec{d}(p, q) \cdot \vec{j}^{(e)}(q) \right) \vec{d}(p, q) D(p, q) \right) dV - \\ &- \int_V B(p, q) \left( \vec{d}(p, q) \times \vec{j}^{(m)}(q) \right) dV; \\ \vec{H}(p) &= \frac{1}{ikW_c} \int_V \left( \vec{j}^{(m)}(q) C(p, q) - \left( \vec{d}(p, q) \cdot \vec{j}^{(m)}(q) \right) \vec{d}(p, q) D(p, q) \right) dV + \\ &+ \int_V B(p, q) \left( \vec{d}(p, q) \times \vec{j}^{(e)}(q) \right) dV\end{aligned}\quad (3)$$

представления ЭМП, в которых

$$\begin{aligned}B(p, q) &= -\frac{ikR+1}{R^2} G(p, q); \quad C(p, q) = \left( k^2 - \frac{ik}{R} - \frac{1}{R^2} \right) G(p, q); \\ D(p, q) &= \left( k^2 - \frac{3ik}{R} - \frac{3}{R^2} \right) \frac{G(p, q)}{R^2(p, q)}.\end{aligned}$$

Как можно видеть, в (2) и (3) отсутствуют векторно-дифференциальные операторы (в (2) оператор набла применяется лишь к источникам поля), и данные выражения справедливы для любой системы координат. Таким образом, использование выражений (2) и (3) существенно упрощают решение электродинамических задач.

### Литература

1. Неганов В.А., Осипов О.В., Раевский С.Б., Яровой Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн. / Учеб. пособие для вузов. Под ред. Неганова В.А. и Раевского С.Б. – М. Радио и Связь, 2005. – 648 с., 217 ил. ISBN 5-256-01786-1

### РАСЧЕТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧАЮЩИХ И ОТРАЖАЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЗЕЙДЕЛЯ

Д.П. Табаков<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Самара, ПГУТИ, illuminator84@yandex.ru )

### COMPUTATIONS OF EMITTING AND REFLECT THE ELEMENTS BASED ON SEIDEL METOD

D.P. Tabakov

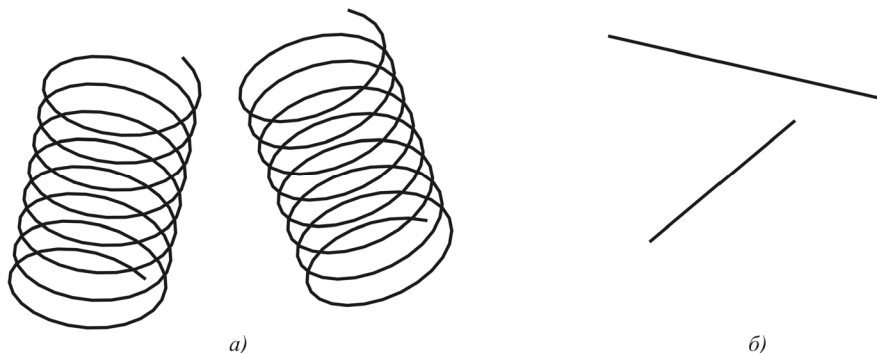


Рис.1. Взаимодействующие спирали (а) и электрические вибраторы (б)

Излучающие и отражающие электродинамические структуры, а также метаматериалы, состоят из большого числа элементов, взаимодействующих между собой. Непосредственный расчет таких структур приводит к необходимости решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) большой размерности, что может приводить к проблеме нехватки оперативной памяти даже у современных ЭВМ. В матричной форме обобщенная электродинамическая СЛАУ записывается следующим образом:

$$\mathbf{Z}\mathbf{I} = \mathbf{U},$$

где:  $\mathbf{Z}$  - матрица импедансов,  $\mathbf{I}$  - вектор токов,  $\mathbf{U}$  - вектор напряжений.

В докладе рассмотрена возможность построения процедуры расчета взаимодействий в сложных структурах на основе метода Зейделя, итерационная формула для которого имеет вид [1]:

$$\mathbf{I}^{(k+1)} = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{U} - \mathbf{R}\mathbf{I}^{(k)}),$$

здесь:  $\mathbf{D}$  - диагональная матрица, полученная из  $\mathbf{Z}$ ;  $\mathbf{R} = \mathbf{Z} - \mathbf{D}$ . В качестве примера метод применен к расчету структур, показанных на рис.1.

### Литература

1. Бахвалов И.В., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Физматлит, 2004.

### К ОЦЕНКЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРИЕМА УПРУГИХ АКСИАЛЬНО-СДВИГОВЫХ ВОЛН ТРУБЧАТОЙ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОЙ АНТЕННОЙ

*Е.Г. Косяк<sup>1</sup>, Н.С.Шевяхов<sup>2</sup>*

(<sup>1</sup> Саров, СарФТИ НИЯУ МИФИ; <sup>2</sup> Ульяновск, УФ ИРЭ РАН, ns\_shev@mail.ru)

### ON ACCOUNT OF RECEIVING SENSIBILITY OF PIEZOCERAMIC TUBE ANTENNA FOR ELASTIC SHEAR-AXIAL WAVES

*E.G. Kosyak, N.S. Shevyakhov*

Пьезокерамические приемники акустических колебаний находят в настоящее время широкое применение в различных областях науки и техники. Основное требование, предъявляемое к их эксплуатационным показателям, заключается обычно в равномерности амплитудно-частотной характеристики в рабочей полосе частот [1]. В этой связи и по сложившимся традициям инженерных расчетов пьезопреобразователей методами теории колебаний, когда приемная антенна моделируется системой с сосредоточенными параметрами, область рабочих частот выбирается ниже частоты основного (первого) резонанса. Настоящее сообщение имеет целью обсудить, исходя из строгого решения задачи рассеяния акустической (упругой) волны приемным пьезопреобразователем, возможность использования частот, лежащих выше основной частоты, – между частотами некоторой пары двух соседних резонансов.

В качестве приемной антенны рассматривается трубчатая пьезокерамическая оболочка кругового сечения, поляризованная в аксиальном направлении. Предполагается, что зондирующий сигнал представляет собой плоскую монохроматическую волну аксиального сдвига, которая падает перпендикулярно оси пьезокерамического преобразователя со стороны идеально упругой изотропной среды. Разность электрических потенциалов, максимум которой в отношении к амплитуде падающей сдвиговой волны принимался за меру чувствительности приемной антенны  $S$ , снималась парой струнных (предельно узкие, идеально проводящие и, поэтому, не искажающие рассеяния) электродов, расположенных диаметрально друг к другу